

Versuch V04: Signalausbreitung auf Leitungen

Henri Menke* und Jan Trautwein†

Gruppe 1-11 — Platz k

(Betreuer: Torsten Rendler)

(Datum: 11. November 2013)

Die Signalausbreitungseigenschaften in einem Koaxialkabel (BNC, Typ RG-58) werden betrachtet. Zunächst wird eine Impedanzanpassung durch manuelle Einstellung des Abschlusswiderstandes durchgeführt. Danach wird die Dämpfung durch ein Kabel in Abhängigkeit der Frequenz des induzierten Signals betrachtet. Im darauf folgenden Teil wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Frequenz (Dispersion) untersucht. Dann werden eine Pulsformanalyse und eine Spektralanalyse mittels FFT angewandt. Zuletzt wird die Pulsausbreitung im Kabel und der Einfluss des Abschlusswiderstandes auf die Pulsform untersucht.

INHALT

| | |
|---|---|
| I. Grundlagen | 1 |
| A. Leitungstheorie homogener Leitungen | 1 |
| 1. Wellenwiderstand | 2 |
| 2. Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten | 2 |
| 3. Dämpfung | 2 |
| 4. Reflexion | 3 |
| B. Fouriertransformation | 3 |
| II. Versuchsaufbau und -durchführung | 3 |
| A. Impedanzanpassung | 3 |
| B. Dämpfung | 3 |
| C. Dispersion | 3 |
| D. Pulsformanalyse | 3 |
| E. Pulsausbreitung | 4 |
| III. Formeln | 4 |
| IV. Messwerte | 4 |
| V. Auswertung | 4 |
| A. Impedanzanpassung | 4 |
| B. Dämpfung | 5 |
| C. Dispersion | 5 |
| D. Pulsformanalyse | 6 |
| E. Pulsausbreitung | 6 |
| VI. Fehlerbetrachtung | 7 |
| A. Leistungsanpassung | 7 |
| B. Pulsformanalyse | 8 |
| C. Pulsausbreitung | 8 |
| VII. Zusammenfassung | 8 |
| Literatur | 8 |

I. GRUNDLAGEN

A. Leitungstheorie homogener Leitungen

Eine reale Spannungsquelle ist eine Spannungsquelle, bei der ihr eigener Innenwiderstand R_i berücksichtigt wird. Diese liefert die elektrische Leistung P_{el} , welche vom Strom I zum Verbraucher in Form eines Lastwiderstandes R_L transportiert wird. Eine entsprechende Skizze ist in Abbildung 1 abgebildet.

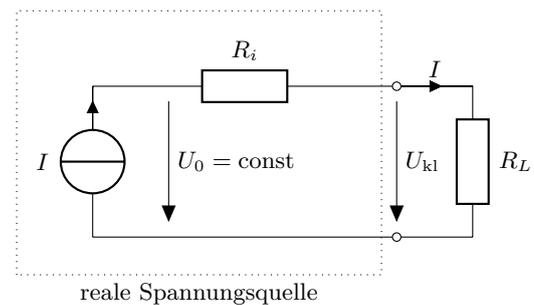


ABB. 1. Schaltbild einer realen Spannungsquelle. Im gepunkteten Kasten ist die Spannungsquelle abgebildet, außerhalb ein Lastwiderstand.

Die abgegebene Leistung entspricht einer realen Spannungsquelle und ist gegeben durch

$$P_L = U_{kl} \cdot I = \frac{U_0^2}{R_L} \frac{1}{\left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right)^2}$$

Wie man leicht sieht, besitzt P_L ein Maximum für $R_i = R_L$ mit dem Wert $P_L = 1/4 \cdot U_0^2/R_L$. In diesem Fall spricht man von einer *Leistungsanpassung*.

Zur Übertragung von Signalen wird meist ein *Koaxialkabel* verwendet. Ein solches Kabel schirmt den Leiter von der Umgebung ab und umgekehrt. Ein Koaxialkabel besteht aus einem Außenleiter und einem Innenleiter, die durch ein Dielektrikum voneinander getrennt sind. Das Kabel ist zudem mit einem Schutzmantel umgeben.

Ein Koaxialkabel kann aus infinitesimalen Bauelementen der Länge dx aufgebaut betrachtet werden. Ein Er-

* henrimenke@gmail.com

† jan.manuel.trautwein@web.de

satzschaltbild eines solchen Bauteils ist in Abbildung 2 zu sehen.

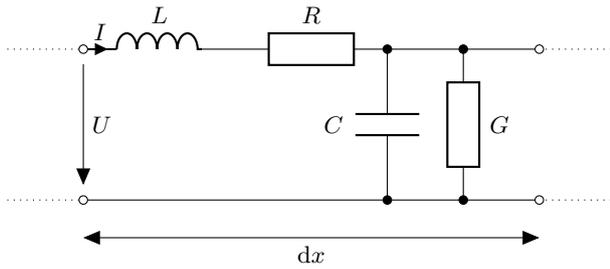


ABB. 2. Ersatzschaltbild eines Leitungselements eines Koaxialkabels mit ohmschem Widerstand R , Induktivität L , Kapazität C und Leckwiderstand G .

Um die Signalausbreitung mathematisch beschreiben zu können betrachten wir dieses als Funktion des Ortes x . Dies führt uns auf die sogenannten Beläge

$$\begin{aligned} dL &= L' dx && \text{Induktivität von } dx \\ dC &= C' dx && \text{Kapazität von } dx \\ dR &= R' dx && \text{Gleichstromwiderstand von } dx \\ dG &= G' dx && \text{Isolationsleitwert von } dx \end{aligned}$$

Die gestrichelten Größen heißen Induktivitäts-, Kapazitäts-, Widerstands- und Leitwertbelag. Sie geben die entsprechende Eigenschaft pro Meter Leitungslänge an. Die Leckwiderstände der Isolierung werden im Leitwertbelag G' zusammengefasst um die Beschreibung zu vereinfachen.

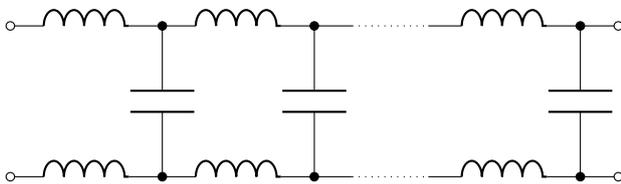


ABB. 3. Ersatzschaltbild eines gesamten Koaxialkabels (ohne Leckwiderstände).

1. Wellenwiderstand

Wendet man nun die Kirchhoffschen Gesetze an, so erhält man ein Differentialgleichungssystem für U und I welches mit einem Ansatz der Form einer ebenen Welle gelöst werden kann.

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dx} &= -(R' \cdot I + L' \cdot \dot{I}) \\ \frac{dI}{dx} &= -(G' \cdot U + C' \cdot \dot{U}) \end{aligned} \quad (1)$$

Seien nun $R' = G' = 0$, dann genügt zur Lösung der Wellenansatz

$$\begin{aligned} U(x, t) &= U_0 e^{-j(kx - \omega t)} \\ I(x, t) &= I_0 e^{-j(kx - \omega t)} \end{aligned}$$

Setzt man diesen Ansatz ein, so erhält man die Dispersionsrelation

$$k = \pm \omega \sqrt{L'C'}$$

sowie den Wellenwiderstand der Leitung

$$Z = \frac{U_0}{I_0} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

2. Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten

Die Phasengeschwindigkeit ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Wellenpakets und ist gegeben durch die Dispersionsrelation als

$$c_{\text{Ph}} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$$

Die Gruppengeschwindigkeit gibt die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Einhüllenden des Wellenpakets an und wird berechnet durch

$$c_{\text{Gr}} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$$

3. Dämpfung

Um Verhältnisse mit der *Dezibel-Skala* zu beschreiben bildet man den Logarithmus zur Basis zehn des Verhältnisses und multipliziert dies mit zehn. 10 dB entspricht also einer Verzehnfachung, 3 dB ungefähr einer Verdoppelung, -3 dB einer Halbierung, usw.

Die elektrische Leistung ist proportional zum Quadrat der Spannung, was in der Dezibel-Skala einen Faktor 2 zur Folge hat. Folglich entsprechen 6 dB einer Verdopplung. In Formeln drückt sich dies aus als

$$\begin{aligned} L(U_1, U_2) &= 10 \log_{10} \left(\frac{U_1^2}{U_2^2} \right) \text{ dB} \\ &= 20 \log_{10} \left(\frac{U_1}{U_2} \right) \text{ dB} \\ &= 2 \log_{10} \left(\frac{U_1}{U_2} \right) \text{ B} \end{aligned}$$

Da die Dämpfung über die gesamte Länge der Leitung stattfindet wird sie auch in Relation zu dieser angegeben. Meist in dB/10 m oder dB/100 m.

4. Reflexion

Die Lösungen der Differentialgleichungen (1) sind ebene Wellen. Dies legt nahe, dass sich Spannungs- und Stromwellen wie andere Wellen verhalten, also auch reflektiert werden können, z. B. am Leitungsende. Dazu gibt es den *Reflexionsfaktor*

$$p = \frac{U^{(r)}}{U^{(e)}} = \frac{R_L - Z}{R_L + Z}$$

Die Indizes (r) und (e) stehen für reflektiert bzw. einfallend. Der Reflexionsfaktor ist $p = 0$, wenn $R_L = Z$. Aus diesem Grund werden offene Leitungen mit einem Abschlusswiderstand versehen.

B. Fouriertransformation

Ist $f(t) \in L^1(\mathbb{R}^n)$, dann gilt für die zeitkontinuierliche Fouriertransformierte

$$\mathcal{F}[f](\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n}} \int_{\mathbb{R}^n} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

Ist nun auch $\mathcal{F}[f](\omega) \in L^1(\mathbb{R}^n)$, so existiert die zeitkontinuierliche Fourierrücktransformierte

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}[f]](t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n}} \int_{\mathbb{R}^n} \mathcal{F}[f](\omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

Bei Messreihen handelt es sich jedoch meist um zeitdiskrete Signale, die nicht so transformiert werden können. Deshalb bedient man sich der diskreten Fouriertransformation (DFT). Sei dazu $f_k = f(t_k) \in \mathbb{C}$ an den diskreten Zeitpunkten t_k [1, S. 39].

$$\text{DFT}(f_k)_n = g_n = \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$$

$$\text{iDFT}(g_n)_k = f(t_k) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{g_n}{N} e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$$

Dieses Verfahren ist von der Ordnung $\mathcal{O}(N^2)$, was für viele Datenpunkte von Nachteil ist.

Deshalb bedient man sich meist der *Fast Fourier Transform* (FFT) nach Cooley und Tukey, welche für eine Anzahl von Datenpunkten $N = 2^M$ das Verfahren auf die Ordnung $\mathcal{O}(N \log N)$ reduzieren kann.

II. VERSUCHSAUFBAU UND -DURCHFÜHRUNG

In dem heutigen Versuch wird die Signalausbreitung auf Leitungen untersucht. Im ersten Versuchsteil führt man eine Impedanzanpassung durch. Anschließend wird die Dämpfung in Abhängigkeit der Frequenz auf einem

10 m Koaxialkabel gemessen. Im dritten Versuchsteil geht es den Zusammenhang zwischen Signalgeschwindigkeit und Frequenz. Im darauf folgenden Teil wird mit Hilfe des Oszilloskops eine Pulsanalyse durchgeführt. Abschließend wird der Einfluss des Abschlusswiderstandes auf die Pulsform untersucht.

A. Impedanzanpassung

Als Erstes wird der Ausgang des Frequenzgenerators über ein 1 m-Koaxialkabel mit der ersten Eingang des Oszilloskops verbunden. Der Sync-Ausgang wird, ebenfalls über ein 1 m-Koaxialkabel, mit dem Oszilloskop verbunden. Im Oszilloskop wird die Triggerquelle entsprechend eingestellt.

Auf dem Frequenzgenerator wird ein Sinussignal mit 100 kHz und $3 V_{\text{rms}}$ eingestellt.

Nun wird über ein BNC-T-Stück ein variabler Abschlusswiderstand angeschlossen. Der Widerstand wird so eingestellt, dass keine Reflexion auftritt. Anschließend wird der Widerstand mit einem Handmultimeter ausgelesen.

B. Dämpfung

Das 10 m-Koaxialkabel wird zwischen BNC-T-Stück und dem zweiten Eingang des Oszilloskops eingefügt, vor den Eingang kommt noch ein weiteres BNC-T-Stück an das der variable Widerstand angeschlossen wird. Nun wird für Frequenzen von 100 kHz und 50 MHz die Spannung an Kanal 1 und 2 gemessen und notiert. Die Frequenz wird dabei in 1-2-5-Schritten hochgeregelt.

C. Dispersion

Um die Dispersion, also die Laufzeit zwischen Kanal 1 und Kanal 2 am Oszilloskop zu messen, wird ein 500 kHz Signal angelegt. Die Eingangsempfindlichkeit beider Eingänge wird auf 10 mV/Div, die Zeitaufösung auf 10 ns/Div eingestellt. Mit Hilfe der Cursorfunktion des Oszilloskops wird die Laufzeit ermittelt. Die Messung wird bei Frequenzen bis 50 MHz durchgeführt.

D. Pulsformanalyse

Das 10 m-Koaxialkabel wird entfernt und die Leitung wird mit 50Ω abgeschlossen. Am Frequenzgenerator wird ein Pulssignal mit folgenden Eigenschaften generiert:

- Pulsbreite: 20 ns
- Anstiegszeit: 5 ns
- Wiederholfrequenz: 100 kHz

- Low Level: 0 V
- High Level: 5 V

Als erstes wird die 10 %-90 %-Signalanstiegszeit des Pulses mit der Cursorfunktion des Oszilloskops gemessen. Nun wird der Puls auf dem Oszilloskop mittig und symmetrisch zur y-Achse positioniert und die interne *Fast Fourier Transformation* aktiviert. Das erhaltene Spektrum, sowie der Pulsverlauf wird über LabVIEW gesichert. Es werden Pulsbreite und Anstiegszeit variiert und die veränderten Spektren ebenfalls abgespeichert. Dann werden Pulsbreite und Anstiegszeit wieder auf die Anfangswerte eingestellt und die Bandbreite des Oszilloskops von 100 MHz auf 100 kHz begrenzt. Das Zeitsignal und das dazugehörige Spektrum werden abgespeichert.

E. Pulsausbreitung

Nun wird das 10 m-Koaxialkabel vor dem Abschlusswiderstand angebracht. Das Signal wird nun bei offenem Kabelende (variabler Abschlusswiderstand R_a wird komplett hoch gestellt), bei Kurzschluss ($R_a = 0$) und bei angepasstem Abschlusswiderstand gemessen und gespeichert.

III. FORMELN

Die folgenden Zeichen und Einheiten wurden im Weiteren verwendet

- U in Volt (V): Spannung
 - Index a : Eingangsspannung
 - Index e : Ausgangsspannung
 - Index i : Einlaufende Spannung
 - Index r : Reflektierte Spannung
- a in Dezibel (dB): Dämpfung des Kabels
- A in Dezibel pro Meter (dB m^{-1}): relative Dämpfung des Kabels
- c_s in Meter pro Sekunde (m s^{-1}): Signalgeschwindigkeit
- τ in Sekunden (s): Zeitdifferenz
 - Index a : Signalanstiegszeit
 - Index b : Pulsbreite
- B in s^{-1} : Frequenzbandbreite des Oszilloskops
- p ohne Einheit: Reflexionsfaktor
- R in Ohm (Ω): Ohmscher Widerstand
- $|Z|$ in Ohm (Ω): Wellenwiderstand des Koaxialkabels

Dämpfung: Die absolute Kabeldämpfung a und relative Kabeldämpfung A lassen sich bestimmen mittels

$$a = 20 \log \frac{U_e}{U_a} \text{ dB}, \quad A = \frac{a}{\ell} = \frac{a}{10 \text{ m}} \quad (2)$$

Die $\ell = 10 \text{ m}$ wurden eingesetzt, da das im Versuch verwendete Kabel gerade 10 m lang ist.

Dispersion: Wie aus der Mechanik bekannt, kann die Signalgeschwindigkeit berechnet werden mit

$$c_s = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{\Delta t} \quad (3)$$

Pulsformanalyse: Die wahre 10 %-90 %-Signalanstiegszeit $\hat{\tau}_a$ kann berechnet werden mit

$$\hat{\tau}_a = \sqrt{\tau_a^2 - \left(\frac{0.35}{B}\right)^2} \quad (4)$$

Pulsausbreitung: Der Reflexionsfaktor einer Welle im Koaxialkabel ist gegeben durch

$$p = \frac{U_r}{U_i} = \frac{R_L - Z}{R_L + Z} \quad (5)$$

Durch Umformen ergibt sich für R_L

$$R_L = \frac{U_i + U_r}{U_i - U_r} Z = \frac{U_i + U_r}{U_i - U_r} \cdot 50 \Omega \quad (6)$$

Die 50Ω wurden eingesetzt, da dies gerade die Impedanz des eingesetzten RG-58 Koaxialkabels ist.

IV. MESSWERTE

Ein handschriftliches Messprotokoll befindet sich im Anhang.

V. AUSWERTUNG

A. Impedanzanpassung

Ohne Leistungsanpassung: Zunächst werden am Frequenzgenerator $3 V_{\text{RMS}}$ eingestellt, bei einer Lastimpedanz von 50Ω . Die vom Generator loslaufende Welle trifft auf CH1 des Oszilloskops auf einen Widerstand von $1 \text{ M}\Omega$, was einem offenen Kabelende entspricht. Die rücklaufende Welle interferiert also konstruktiv mit der einlaufenden und führt zu einem Effektivwert von 6 V am Oszilloskop. Stellt man die Lastimpedanz am Frequenzgenerator auf **High-Z** ein, so erscheint der korrekte Effektivwert auf der Anzeige des Frequenzgenerators.

Mit Leistungsanpassung: Nun wird über ein BNC-T-Stück ein variabler Abschlusswiderstand (Potentiometer) angeschlossen. Durch Drehen des Reglers lässt sich ein Effektivwert von 3.00 V erreichen. Zieht man das Potentiometer vom Aufbau ab und misst den Widerstand mit dem Handmultimeter, so ergibt sich dieser zu $R_L = 48.3 \Omega$. Dieser Wert kommt nicht ganz an die Impedanz des RG-58-Kabels von $Z = 50 \Omega$ heran.

Die Impedanzanpassung ist grafisch in Abbildung 4 dargestellt.

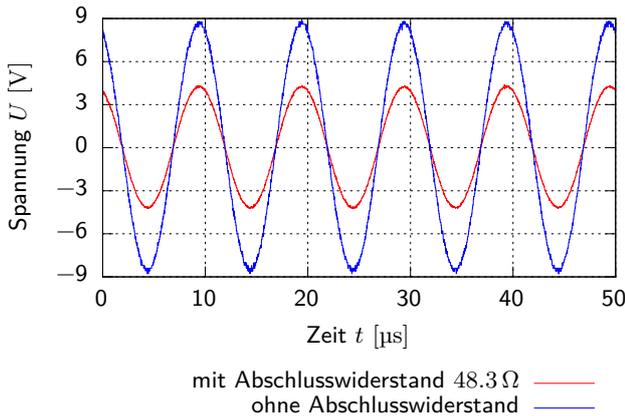


ABB. 4. Durch Reflexion am unangepassten Kabelende entsteht Interferenz und der Effektivwert der Spannung am Oszilloskop ist erhöht. Durch die 48.3Ω -Leistungsanpassung wird der richtige Spannungseffektivwert erreicht.

B. Dämpfung

Es wird die Dämpfung auf einem 10 m-Koaxialkabel untersucht. Das Kabel befindet sich zwischen Kanal 1 und Kanal 2. Die absolute Kabeldämpfung a lässt sich mit (2) aus den Spannungen am Kabelanfang und Kabelende berechnen. Um die relative Kabeldämpfung A zu erhalten, teilt man die absolute Dämpfung durch die Kabellänge ℓ .

$$A = \frac{a}{\ell} = \frac{a}{10 \text{ m}}$$

Die sich so ergebende absolute Dämpfung ist in Abbildung 5 dargestellt.

C. Dispersion

Um die frequenzabhängige Dispersion, die auf dem 10 m-Koaxialkabel auftritt, zu messen, werden die Spannungsverläufe vor und nach dem Kabel auf dem Oszilloskop übereinandergelegt. Bei einer hohen Eingangsempfindlichkeit und Zeitaufösung kann dann die Laufzeitdifferenz mit Hilfe der Cursorfunktion ermittelt werden. Die

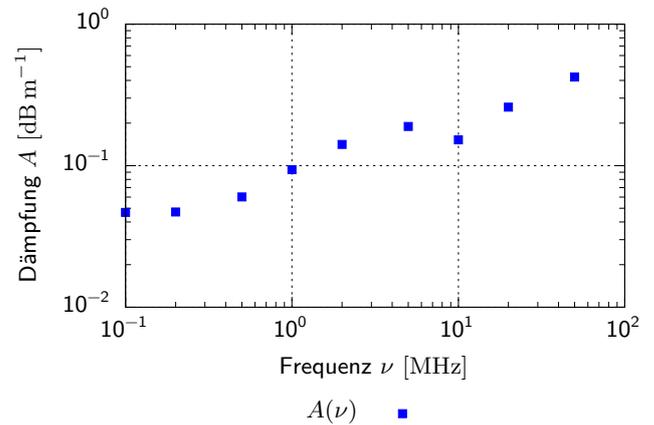


ABB. 5. Doppellogarithmischer Plot der relativen Dämpfung A gegen die Frequenz ν .

Frequenz wird dabei in 1-2-5-Schritten von 50 kHz bis 50 MHz hochgeregelt. Nach folgender Formel kann dann die Signaldifferenz c_s berechnet werden:

$$c_s = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{\Delta t}$$

Die Ergebnisse sind in Abbildung 6 zu sehen.

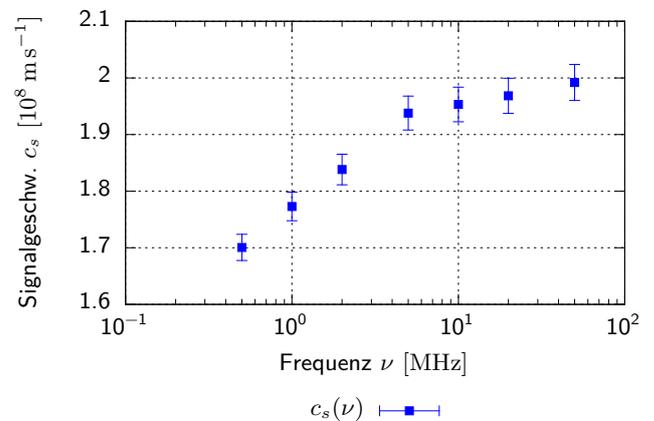


ABB. 6. Halblogarithmischer Plot der Signalausbreitung c_s gegen die Frequenz ν .

In dem halblogarithmischen Plot steigt die Dispersion linear an, somit gilt für die Abhängigkeit von der Frequenz

$$c_s \propto \log\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)$$

. Bei einer Frequenz von ca. 4 MHz hat die Kurve einen leichten Knick und die Dispersion steigt für größere Frequenzen weniger stark an.

D. Pulsformanalyse

In ABB. 7 ist das am Oszilloskop gemessene Pulssignal zu sehen. Mit Hilfe der Cursorfunktion wurde die 10%-90%-Anstiegszeit ermittelt zu $\tau_a = 5.8 \text{ ns}$. Da die Bandbreite \mathcal{B} des Oszilloskops beachtet werden muss, ergibt sich für die wahre Anstiegszeit:

$$\hat{\tau}_a = \sqrt{\tau_a^2 - \left(\frac{0.35}{\mathcal{B}}\right)^2} = \sqrt{(5.8 \text{ ns})^2 - \left(\frac{0.35}{100 \text{ MHz}}\right)^2} = 4.6 \text{ ns}$$

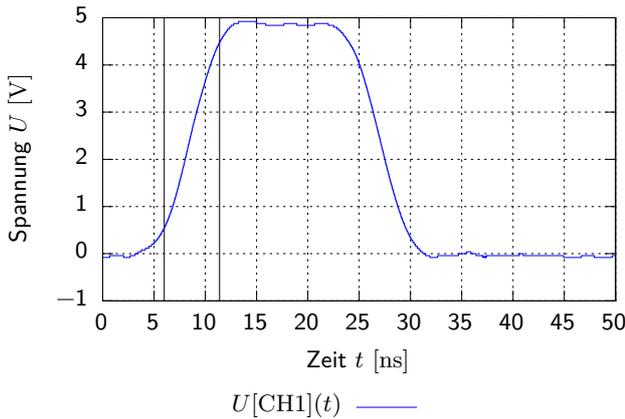


ABB. 7. Das am Oszilloskop gemessene Pulssignal, mit sichtbaren Cursorlinien zur Bestimmung der 10%-90%-Anstiegszeit.

Ein Rechtecksignal besteht aus einer Überlagerung vieler Sinussignale. Je eckiger der Puls, desto mehr Sinussignale mit hohen Frequenzen sind Teil der Überlagerung. Die Fouriertransformation zeigt die Gewichtung der verschiedenen Frequenzen der Schwingungen. Ein Puls mit niedrigerer Anstiegszeit hat also einen größeren Anteil hochfrequenter Schwingungen. Die erste Nullstelle einer Fouriertransformation ist genau die Frequenz der Schwingung, deren Periodenlänge mit der Breite des Pulses übereinstimmt. Eine solche Schwingung und Schwingungen mit einem Vielfachen dieser Frequenz können nichts zu dem Puls beitragen und kommen somit nicht vor.

Hier sind die erwähnten Eigenschaften gut zu erkennen. Je breiter der Puls, desto später kommt die erste Nullstelle der Fouriertransformation. Außerdem ist erkennbar, dass bei kürzeren Anstiegszeiten ein größerer Anteil an hochfrequenten Schwingungen miteinfließt. Dieser Aspekt ist auch in dem folgenden Plot noch einmal deutlich zu sehen.

Verringert man am Oszilloskop die Bandbreite von 100 MHz auf 20 MHz, so gibt es weniger hochfrequente Schwingungen, der Puls läuft also auseinander. Zu sehen ist dieser Effekt in der Abbildung 10.

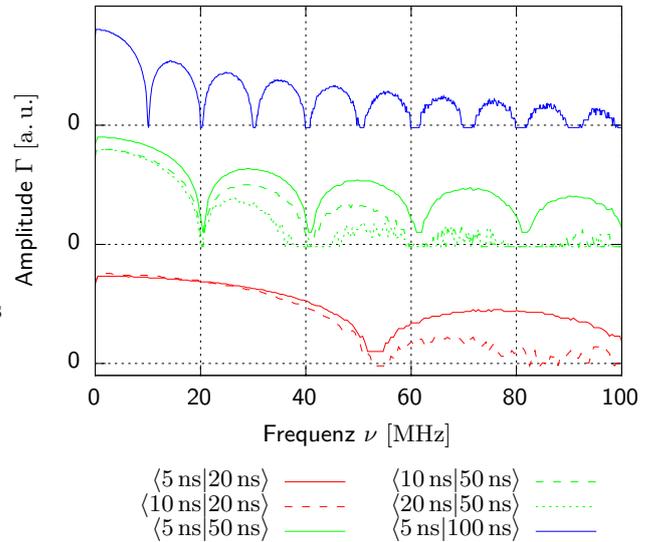


ABB. 8. FFT verschiedener Pulse mit variablen Breiten und Anstiegszeiten. Die Breite τ_b und die Anstiegszeit τ_a wurden der Übersichtlichkeit halber in Paaren $\langle \tau_a | \tau_b \rangle$ angegeben. Die Kurven wurden farblich nach Pulsbreite gruppiert.

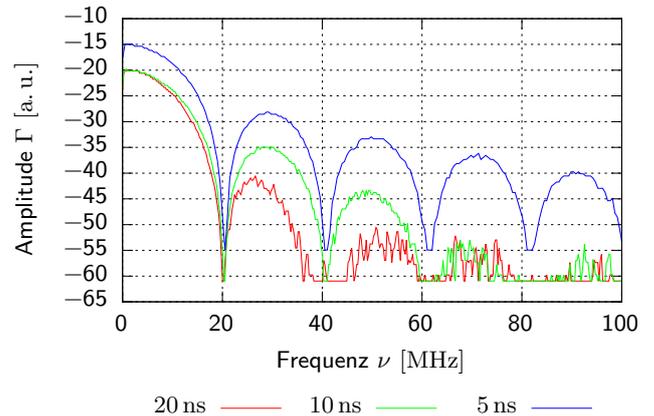


ABB. 9. FFT des Signals eines Pulses mit einer Breite von 50 ns und variabler Anstiegszeit.

E. Pulsausbreitung

In diesem Versuchsteil wird die Reflexion von Pulsen untersucht. Der Puls wird dabei am Ende des 10 m-Koaxialkabel reflektiert. Einmal bei offenem Kabelende, bei kurzgeschlossenem Kabelende und mit angepasstem Abschlusswiderstand. In ABB. 11 sind die Signalverläufe zu sehen.

Wie man sieht, kommt es durch kurzschließen des Kabelendes zu einer Reflexion am festen Ende. Ist das Kabelende dagegen offen, so klappt der Puls um. Befindet sich am Kabelende dagegen ein angepasster Widerstand, so tritt quasi keine Reflexion auf. Der Widerstand wird mit dem Tischmultimeter ausgelesen zu $R = 49.8 \Omega$. Da die

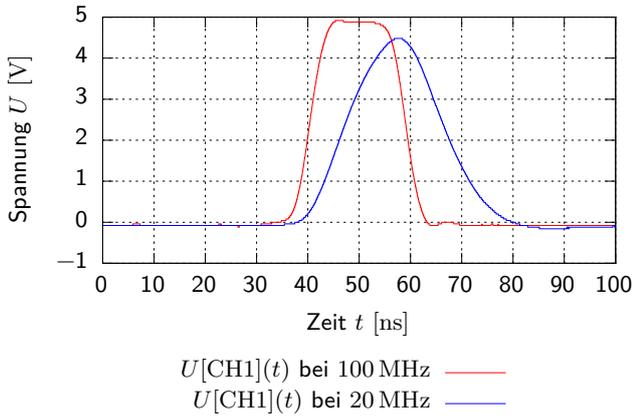


ABB. 10. Der Plot zeigt anschaulich, wie der Spannungspuls bei einer geringeren Bandbreite auseinander fließt.

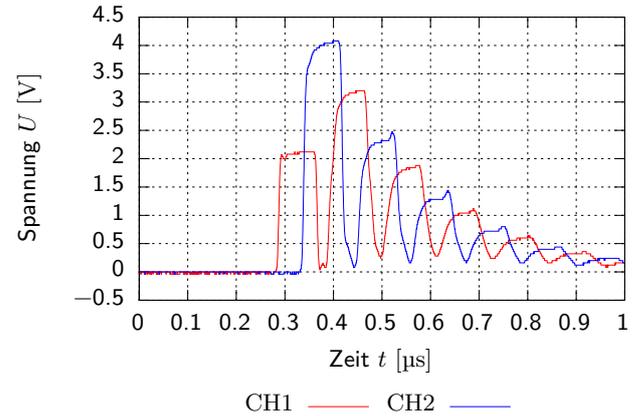


ABB. 12. Signalverlauf am Oszilloskop mit unbekanntem Vorwiderstand.

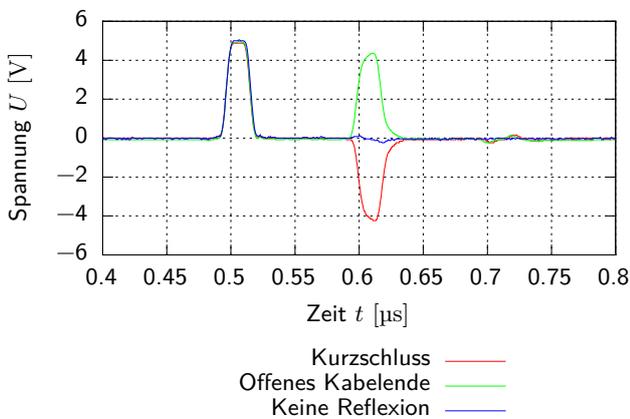


ABB. 11. Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal und Pulsecho für ein offenes und kurzgeschlossenes, sowie leistungsangepasstes Kabelende.

Impedanz frequenzabhängig ist und der Puls aus vielen verschiedenen Frequenzen besteht, lässt sich die Reflexion nicht komplett verhindern.

Nun wird das Ende des 10-m-Kabels auf Kanal 2 des Oszilloskops gesteckt. Das Oszilloskop hat einen „unendlich“ hohen Eingangswiderstand, es kommt also zur Reflexion am festen Ende.

Um die Impedanz des Generators zu erhöhen wird nun ein unbekannter Widerstand auf dessen Ausgangsbuchse gesteckt. Damit kommt es zu einer Mehrfachreflexion im Kabel. Durch positive Interferenz kommt es an Kanal 2 zu einer erhöhten Amplitude.

Um den unbekanntem Widerstand R_u zu bestimmen wird zuerst der Reflexionsfaktor p nach (5) berechnet. Für R_L ergibt sich somit

$$R_L = \frac{U_i + U_r}{U_i - U_r} Z = \frac{U_i + U_r}{U_i - U_r} \cdot 50 \Omega$$

Die so errechneten Werte sind in Tabelle I aufgeführt.

| U_i [V] | U_r [V] | p [1] | R_L [Ω] |
|-------------|-----------|---------|--------------------|
| 3.20 | 1.88 | 0.59 | 192.42 |
| 1.88 | 1.12 | 0.60 | 197.37 |
| 1.12 | 0.64 | 0.57 | 183.33 |
| 0.64 | 0.36 | 0.56 | 178.57 |
| Mittelwerte | | 0.58 | 187.92 |

TAB. I. Reflexionsfaktoren und Abschlusswiderstände aus der Amplitude der Echopulse berechnet.

Der Eingangswiderstand des Funktionsgenerators beträgt 50Ω , dieser ist mit dem unbekanntem Widerstand in Reihe geschaltet und muss somit noch von R_L abgezogen werden. Wir führen dies für den Mittelwert durch

$$R_u = \langle R_L \rangle - 50 \Omega = 137.92 \Omega$$

VI. FEHLERBETRACHTUNG

A. Leistungsanpassung

Als Fehler wird die relative Abweichung des angepassten Abschlusswiderstandes R_L gegenüber dem theoretisch zu erreichenden Wert der Kabelimpedanz Z berechnet.

$$Q[R_L, Z] = \frac{R_L - z}{Z} = \frac{48.3 \Omega - 50 \Omega}{50 \Omega} = 3.4 \%$$

Mögliche Fehlerquellen sind:

- Die (unbekannte) Ungenauigkeit der Berechnung des Effektivwertes durch das Oszilloskop.
- Die ungenaue Einstellmöglichkeit des Abschlusswiderstandes.

B. Pulsformanalyse

Die am Frequenzgenerator eingestellte Anstiegszeit beträgt $\tau_a^* = 5 \text{ ns}$. Am Oszilloskop wurde mit der Cursorfunktion $\tau_a = 5.8 \text{ ns}$ abgelesen und eine wahre Anstiegszeit von $\hat{\tau}_a = 4.6 \text{ ns}$ berechnet. Die relative Abweichung beträgt

$$Q[\hat{\tau}_a, \tau_a^*] = \frac{\hat{\tau}_a - \tau_a^*}{\tau_a^*} = \frac{4.6 \text{ ns} - 5 \text{ ns}}{5 \text{ ns}} = 8.0\%$$

C. Pulsausbreitung

Aus der Höhe der reflektierten Pulse relativ zueinander wurde der Abschlusswiderstand bestimmt. Es wird die Abweichung vom Mittelwert (Standardabweichung) bestimmt.

$$\sigma[R_L, \langle R_L \rangle] = \sqrt{\frac{1}{4-1} \sum_{i=1}^4 (R_{L,i} - \langle R_L \rangle)^2} = 7.38 \Omega$$

Für den Mittelwert $\langle R_L \rangle = 187.92 \Omega$ bedeutet dies einen Fehler von ca. 8Ω . Der relative Fehler beträgt also

$$Q[\langle R_L \rangle, \langle R_L \rangle \pm 8 \Omega] = \frac{\langle R_L \rangle - \langle R_L \rangle \pm 8 \Omega}{\langle R_L \rangle \pm 8 \Omega} = 4.1\%$$

VII. ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Versuch wurden Signalübertragungseigenschaften, wie z. B. Dispersion und Dämpfung untersucht. Außerdem wurde eine Pulsformanalyse mit Hilfe von Fouriertransformationen durchgeführt und der Einfluss des Kabelabschlusses auf die gemessene Pulsform untersucht.

Zu Beginn des Versuchs wurde über einen variablen Abschlusswiderstand eine Impedanzanpassung durchgeführt. Es ergab sich ein Wert von $R_L = 48.3 \Omega$, dies entspricht nicht ganz der Impedanz des Koaxialkabels von $Z = 50 \Omega$. Anschließend wurde die Dämpfung auf dem 10 m-Koaxialkabel untersucht. Durch einen doppellogarithmischen Plot der Dämpfung A über die Frequenz ν konnte folgende Abhängigkeit erkannt werden:

$$A \propto \nu^k, \quad k \in \mathbb{N}, \quad k > 1$$

Auch die Dispersion ist frequenzabhängig, hier wurde folgende Abhängigkeit bestimmt:

$$c_s \propto \log\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)$$

Dies führt dazu, dass der Puls beim Übertragen auseinanderfließen.

Im nächsten Versuchsteil wurde der Einfluss von den Eigenschaften eines Pulses, Anstiegszeit und Pulsbreite auf die Fouriertransformation des Signals untersucht. Je geringer die Anstiegszeit, desto größer der Anteil an hochfrequenten Schwingungen. Schwingungen deren Wellenlänge mit der Breite des Pulses übereinstimmen, sind nicht Teil der Überlagerung. Ebenso Schwingungen mit einem Vielfachen dieser Wellenlänge.

Als Letztes wurde die Reflexion von Pulsen am Kabelende untersucht. Am offenen Kabelende findet eine Reflexion ohne Phasensprung statt, am kurzgeschlossenen Ende gibt es eine Phasenverschiebung von 180° , der Puls klappt also um. Mit Hilfe eines angepassten Abschlusswiderstandes kann die Reflexion zum Großteil verhindert werden. Da die Impedanz jedoch frequenzabhängig ist, wird trotzdem ein kleiner Teil reflektiert.

Schlussendlich wurde noch die neue Quellimpedanz, die durch einen unbekannteren Widerstand, welcher an den Frequenzgenerator angebracht wurde, entstanden ist, bestimmt:

$$R_L = 187.92 \Omega \pm 8 \Omega$$

[1] A. Arnold, *Physik auf dem Computer*, 2nd ed. (Universität Stuttgart, 2013).

[2] *Versuchsanleitung*, Universität Stuttgart (2013).